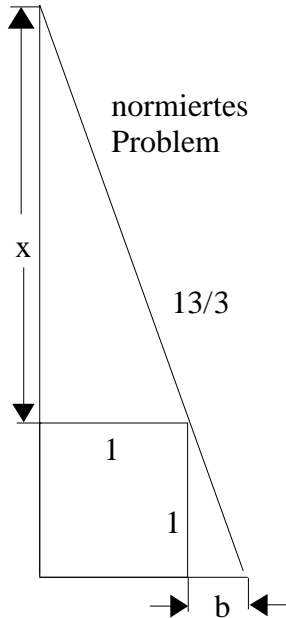


Leiterproblem

L. Worch



Gegeben sei eine Garage mit 3 m Breite und 3 m Höhe, sowie einer 13 m langen Leiter, die Hauswand und Garagenecke berührt. In welcher Höhe berührt die Leiter die Hauswand?

Das Ursprungsproblem der Garage mit der Breite und Höhe von 3 m wurde „normiert“ auf eine Garage von 1m x 1m .

Dadurch wird die Leiterlänge von 13 m zu $\frac{13}{3} m = 4\frac{1}{3} m = l$

Die aufgrund der Normierung berechnete Höhe von $x+1$ muss später mit dem Normierungsfaktor 3 multipliziert werden.

Nach Strahlensatz gilt: $\frac{1}{x} = \frac{b}{1} \quad b = \frac{1}{x}$

Pythagoras:

$$(x+1)^2 + \left(\frac{1}{x} + 1\right)^2 = l^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} + 1 = l^2$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} + 2x + \frac{2}{x} = l^2$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = l^2$$

$$h^2 + 2h = l^2$$

$$h^2 + 2h + 1 = l^2 + 1$$

$$(h+1)^2 = l^2 + 1$$

$$h+1 = \pm \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2 + 1}$$

$$h+1 = \pm 4,4472$$

$$h_1 = 3,4472$$

$$h_2 = -5,4472$$

$$3,4472 = x + \frac{1}{x}$$

$$3,4472 \cdot x = x^2 + 1$$

$$-1 = x^2 - 3,4472x$$

$$1,7236^2 - 1 = (x - 1,7236)^2$$

$$\pm 1,4039 = x - 1,7236$$

$$x_1 = 3,1275 \quad \vee \quad x_2 = \dots$$

Höhe der Leiter in norm. Darstellung $1 + 3,1275 = 4,1275$

Multiplikation mit Normierungsfaktor 3: $4,1275 \cdot 3 = 12,3829$

Die Leiter lehnt in der Höhe von 12,3829 m an der Wand.

mit $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ wird daraus

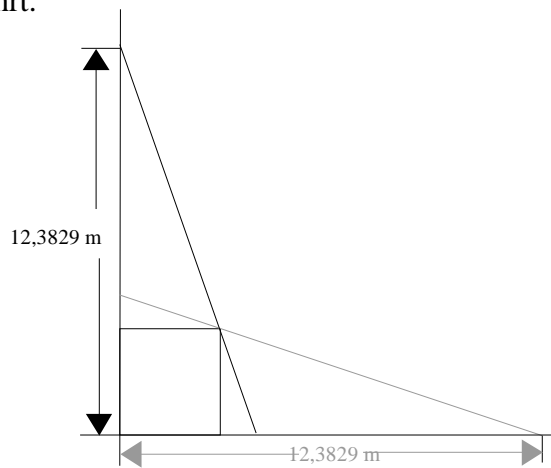
Substitution $\left(x + \frac{1}{x}\right) = h$

+ quadr. Ergänzung

h_1 in Substitution $h = x + \frac{1}{x}$ einsetzen

+quadr. Ergänzung

Eine zweite Lösung ist natürlich, dass die Leiter in 12,3829 m von der Hauswand entfernt den Boden berührt.



Allgemeine Lösungsformel

g = Garagenhöhe/-breite

l = Leiterlänge

$$\text{Berührungshöhe der Leiter} = g \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{l}{g}\right)^2 + 1} - 1}{2}\right)^2} + \frac{\sqrt{\left(\frac{l}{g}\right)^2 + 1} - 1}{2} + 1 \right)$$

oder mit

$$m = \frac{\sqrt{\left(\frac{l}{g}\right)^2 + 1} - 1}{2}$$

$$\text{Berührungshöhe der Leiter} = g(\sqrt{m^2 - 1} + m + 1)$$

Ohne „Trick“ führt das Leiterproblem auf eine Gleichung vierten Grades!